

# 操舵過渡応答において顕在化する応答指標とその順序\*

酒井 英樹<sup>1)</sup>

## Response Parameters which Appear in Steering Transient Response and Their Order

Hideki Sakai

In the sensory evaluation of the driver, the steering transient response is divided into stages, and the phenomena of each stage is explained. In order to improve the steering response based on the understanding of this explanation, the stage of the steering transient response was theoretically categorized. Further, I pointed out the order in which response indices become apparent for each stage. As a result, it turns out that it becomes manifested in order of fast response, yaw lead time constant and yaw natural frequency.

**KEY WORDS:** Vehicle dynamics, Chassis/component, Driving stability, Transient response, Yaw natural frequency (B1)

### 1. ま え が き

自動車の操縦性は、主に操舵過渡応答の気持ちよさの領域で他車と競合していると思われる。気持ちよさを評価するのは、主にテストドライバの主観評価である（開発のための試験走行をおこなうあらゆるドライバを本論文ではテストドライバと記す。テストドライバをエンジニアが兼ねる場合もありうる）。主観評価を、佐野は次の二種類に分類した<sup>(1)</sup>。一つは、商品性判断として、ドライバの好みを含めた総合判断を下す「主観的主観評価」である。もう一つは、車両の動き方を現象別に分別し、それぞれの現象についての大小やタイミング等を観察・分析する「客観的主観評価」である。客観的主観評価による分析は性能向上の指針になるとともに、計測器の代わり<sup>(1)</sup>の主観評価なので、物理値や応答指標との相性も良いと思われる点からも性能向上の指針になるはずである。

過渡操舵応答についての客観的主観評価では、「（操舵した後）フロント（前輪）が曲がり始めると、リヤ（後輪）まで曲がり始める<sup>(2)</sup>」「操舵した後、回頭し、その後遅れてリヤがグリップする」あるいは「頭の入り・リヤグリップ・リヤ追従性・収まり」のように、操舵過渡応答を「現象ごとに段階分け」（以後「段階分け」）をすることがある。この段階分けにおける現象の発生順は、著者がテストドライバ達と接した経験を総合すると「操舵→フロントの入り(ヨー・回頭)→リヤグリップ(コーナリングフォースの立ち上がり・接地感・剛性感)→リヤの追従性→収まり」との印象を得た（これらは明示的な文献としては見当たらないので、開発現場だけで知られる、いわゆる「暗黙知」であろう）。

そこで著者は、より気持ちよい操舵応答を実現するための

枠組みとして「①テストドライバの客観的主観評価による各段階の動き方をエンジニアが理解し、②各段階に対応する応答指標を選定し、③その応答指標群の目標値を設定し、④その目標値群を満たすように設計すること」を提案し、そのためにヨー共振モードを指摘した<sup>(3)</sup>。また、既往研究としてヨー進み時定数のモードも指摘した<sup>(4)</sup>。したがって、前記①「テストドライバの客観的主観評価による各段階の動き方をエンジニアが理解」する環境は整いつつあると思われる。

そこで本論文では、前記②である「各段階に対応する応答指標」の選定を可能にするために、操舵過渡応答において顕在化する応答指標とその順序を考察するものである。

### 2. 重心に注目した車両モデルとその問題点

#### 2.1. 重心についての平面2自由度モデル

運動方程式を立式する定石は、重心に注目することであろう。そこで、重心に注目した平面2自由度車両モデルを図1に示す。また、その記号と基準諸元値を本論文末に記す。以後の計算において数値が記されていない場合は基準諸元値を使う。なお、本論文では、斜体は量を表す文字に、立体は名称を表す文字に用いる。例えば、量である「ヨー角速度」には斜体の  $r$ 、名称である「後輪」には立体の  $r_r$  を用いる。

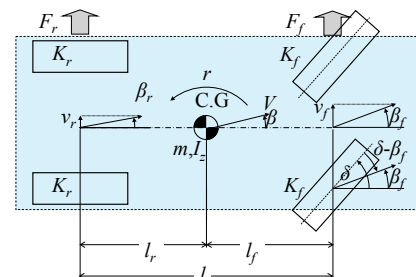


Fig.1 Vehicle model described by C.G. motion

\*2018年10月26日受理.

2018年10月18日自動車技術会秋季学術講演会において発表.

1)近畿大学(739-2116 広島県東広島市高屋うめの辺 1)

図1のモデルのy軸方向並進, z軸まわり回転について線形化された運動方程式は, それぞれ次のように表される<sup>(5)</sup>.

$$mV(r + \dot{\beta}) = 2F_r + 2F_f \quad (1)$$

$$I_z \dot{r} = 2l_f F_r - 2l_r F_f \quad (2)$$

ここで  $2F_f$ ,  $2F_r$  は, それぞれ前後輪のコーナリングフォースであり, それぞれ次式によって表される.

$$2F_r = -2K_r(\beta_f - \delta) \quad (3)$$

$$2F_f = -2K_f\beta_f \quad (4)$$

式(3)右辺の $(\beta_f - \delta)$ や式(4)右辺の $\beta_f$ は, それぞれ前後輪の見かけのタイヤスリップ角 (操舵系やサスペンションの弾性変形によって生じる切れ角変化が加味されたタイヤのスリップ角) であり,  $2K_f$ ,  $2K_r$ は, それぞれの等価コーナリングパワ<sup>(5)</sup> (切れ角変化が加味されたコーナリングパワ) である. さらに上式中の $\beta_f$ ,  $\beta_r$ はそれぞれ前輪位置車体横すべり角, 後輪位置車体横すべり角であり, 次式で表される.

$$\beta_f = \beta + \frac{l_f}{V}r \quad (5)$$

$$\beta_r = \beta - \frac{l_r}{V}r \quad (6)$$

なお, 本論文では角度について, タイヤの進行方向とタイヤ中心面とがなす角を「スリップ角」, 車体のある位置における進行方向と車両中心線とがなす角を「横すべり角」と区別する.

式(1)~(6)のブロック線図を図2に示す. このブロック線図においては,  $\dot{\beta}$ と $r$ ,  $\beta$ と $r$ が, それぞれ並列関係にあるため, 初期条件が全て0の状態から操舵すると,  $\dot{\beta}$ と $r$ が同時に発生し, それらが積分(1/s)されることによって,  $\beta$ と $r$ も同時に発生する. そのため, 図1のモデルは, 操舵過渡応答を段階分けする用途には適さないと判断した. なお  $s$  はラプラス演算子である.

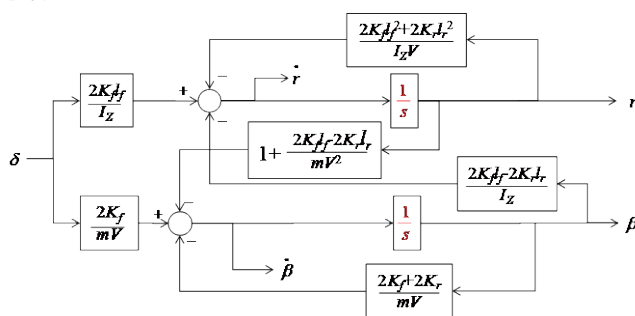


Fig.2 Block diagram of vehicle model described by C.G. motion

### 3. 2変数の発生時間差が陽な車両モデル

この章では二つの積分が直列な関係にある, 2変数の発生時間差が陽な車両モデルについて述べる.

#### 3.1. ヨー慣性モーメントの仮定

簡単のため, ヨー慣性モーメントについて次式のように仮定する.

$$k_N = \sqrt{\frac{I_z}{l_f l_r m}} = 1 \quad (7)$$

ここで  $k_N$  はヨー慣性半径を表す係数<sup>(6)</sup>である.  $k_N^2$  の分布は0.85~1.05との報告がある<sup>(7)</sup>ので, 上記仮定はこの範囲内にある.  $k_N=1$ のとき, 車両の剛体は, 図3のように表せる. 図3中の $m_f$ ,  $m_r$ はそれぞれ前後輪位置の質点であり, それぞれの質量は, 前後荷重配分比と整合させるために,

$$m_f = \frac{l_r}{l} m \quad (8)$$

$$m_r = \frac{l_f}{l} m \quad (9)$$

とする.

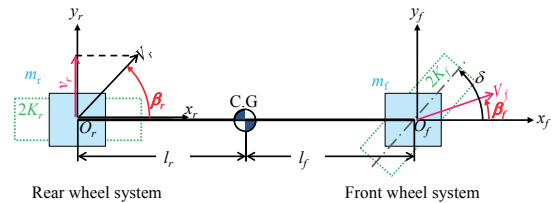


Fig.3 Vehicle model described by wheels motion

#### 3.2. 3変数によって表された運動方程式<sup>(4)</sup>

式(5)~(9)を使って式(1)~(4)を変形すると

$$m_f a_{yf} = 2F_r = -2K_f(\beta_f - \delta) \quad (10)$$

$$m_r a_{yr} = 2F_f = -2K_r\beta_f \quad (11)$$

となる. ここで  $a_{yf}$ および $a_{yr}$ はそれぞれ前後輪位置における横加速度である. そのため, 式(10)は前輪だけについて係数や変数だけで構成され, 式(11)は後輪について係数や変数だけで構成される. ここで,  $a_{yf}$ および $a_{yr}$ はそれぞれ

$$a_{yf} = V(\dot{\beta}_f + r) \quad (12)$$

$$a_{yr} = V(\dot{\beta}_r + r) \quad (13)$$

で表される. 式(10)~(11)を整理すると, それぞれ

$$a_{yf} = -\frac{2K_f}{m_f}(\beta_f - \delta) \quad (14)$$

$$a_{yr} = -\frac{2K_r}{m_r}\beta_f \quad (15)$$

と変形される. したがってこの運動方程式は,  $2K_f/m_f$ や $2K_r/m_r$ に支配される. これらは, 「重力加速度が乗じられたコーナリング係数」(以後単に「コーナリング係数」と記す)である. そこで, 次のようにコーナリング係数  $C_f$ ,  $C_r$ を定義する<sup>(8)</sup>.

$$C_f = \frac{2K_f}{m_f} \quad (16)$$

$$C_r = \frac{2K_r}{m_r} \quad (17)$$

$C_f$ の目安は 100,  $C_r$ の目安は 200[m/s<sup>2</sup>]との報告<sup>(7)</sup>があるので、本論文でも、 $C_f=100, C_r=200$ [m/s<sup>2</sup>]とした。

### 3.3. 応答指標

$k_N=1$ に限定しない場合の車両運動の応答指標を、 $I_x$ や  $K_b$ ,  $K_r$ の代わりに  $k_N$ と  $C_f, C_r$ を使って表すと、次のようになる<sup>(5)</sup>。

$$\frac{r}{\delta} \cong \frac{C_f}{l} \cdot \frac{\left(\frac{V}{C_r} s + 1\right) \frac{C_r}{V}}{k_N^2 s^2 + k_N \frac{C_f + C_r}{V} s + \left[\frac{C_r}{l} - \frac{C_f}{l} \left(1 - \frac{I_{C_r}}{V^2}\right)\right]} \quad (18)$$

$$\zeta \omega_n \cong \frac{C_f + C_r}{2k_N V} \quad (19)$$

$$T_r = \frac{V}{C_r} \quad (20)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_r}{k_N^2 l} - \frac{C_f}{k_N^2 l} \left(1 - \frac{I_{C_r}}{V^2}\right)} \quad (21)$$

ここで、 $s$ はラプラス演算子である。 $\omega_n$ はヨー固有振動数であり、単位は[rad/s]である。 $\zeta$ はヨー減衰比で無次元である。また  $\zeta \omega_n$ は速応性と呼ばれることもある。 $\zeta \omega_n$ の単位は[1/s]である。 $T_r$ はヨー進み時定数であり、その単位は[s]である。なお、式(18),(19)の等号が完全に成立するのは、 $k_N=1$ または  $I_f = I_r$ の場合である。

### 3.4. $r$ と $\beta_r$ によって表された運動方程式

式(5), (6)から  $\beta$ を消去すると、

$$\beta_r = \beta_f + \frac{l}{V} r \quad (22)$$

の関係が得られる。この式を使って、式(10)~(17)から  $\beta_f$ を消去することによって、 $r$ と  $\beta_r$ によって表される、次の運動方程式が得られる<sup>(4)</sup>。

$$\dot{r} = -\frac{C_r}{V} r + \left(\frac{C_r}{l} - \frac{C_f}{l}\right) \beta_r + \frac{C_f}{l} \delta \quad (23)$$

$$\dot{\beta}_r = -r - \frac{C_r}{V} \beta_r \quad (24)$$

この式を「ヨー・後輪モデル」と記す。ヨー・後輪モデルのブロック線図を図4に示す。

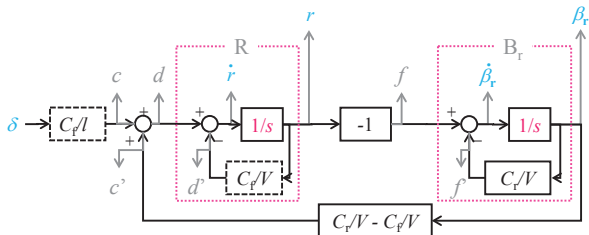


Fig.4 Block diagram of vehicle model described by  $r$ - $\beta_r$

ヨー・後輪モデルは、初期条件が全て 0 の状態から操舵すると、 $\delta \rightarrow r \rightarrow \beta_r$ の順に値が生じるので、2変数の時間差が陽である。

### 3.5. $\beta_f$ と $\beta_r$ によって表された運動方程式

式(22)を使って、式(10)~(17)から今度は  $r$ を消去すると、 $\beta_f$ と  $\beta_r$ によって表される、次の運動方程式が得られる<sup>(3)</sup>。

$$\dot{\beta}_f = -\left(\frac{C_r}{V} + \frac{V}{l}\right) \beta_f + \frac{V}{l} \beta_r + \frac{C_f}{V} \delta \quad (25)$$

$$\dot{\beta}_r = -\frac{V}{l} \beta_f - \left(\frac{C_r}{V} - \frac{V}{l}\right) \beta_r \quad (26)$$

これらの式を「前後輪モデル」と記す。このモデルでも、初期条件が全て 0 の状態から操舵すると、 $\delta \rightarrow \beta_f \rightarrow \beta_r$ の順に値が生じるので、2変数の時間差が陽である。

### 3.6. 前後輪モデルの応答指標表示

第 2 章からここまででは従来研究の説明であったが、これ以後は、本論文の新規事項である。

本論文では、式(25), (26)を応答指標を使って表すために、仮定をおく。それは「式(26)右辺( )内が 0 になる  $V$ を仮定する」ことである。すなわち、

$$\frac{C_r}{V} = \frac{V}{l} \quad (27)$$

が成立する  $V$ を仮定する。この  $V$ は、次式で表される。

$$V = \sqrt{l C_r} \quad (28)$$

この  $V$ は、本計算諸元では 22.4[m/s] (=80[km/h]) である。

この  $V$ の意味を考察する。定常円旋回で、後輪から  $x_r$ [m]前方の点の横すべり角が 0 になる車速  $V_{\beta_{sr}}$ は

$$V_{\beta_{sr}} = \sqrt{x_r C_r} \quad (29)$$

で表される<sup>(6)</sup>から、式(28)と(29)とが等しいとおくと、 $x_r=l$ である。したがって、式(28)で表される  $V$ は、後輪から  $l$ [m]前方の位置、つまり前輪位置の横すべり角が定常円旋回で 0 になる車速である。そこで、式(28)の  $V$ を「前輪位置定常横すべり角 0 車速」と記す。式(27),(28)を使うと、式(25),(26)はそれぞれ次式で表される。

$$\dot{\beta}_f = -\left(\frac{C_r}{V} + \frac{C_f}{V}\right) \beta_f + \frac{V}{l} \beta_r + \frac{C_f}{V} \delta \quad (30)$$

$$\dot{\beta}_r = -\frac{V}{l} \beta_r \quad (31)$$

この  $V$ において、 $\omega_n$ と  $2\zeta \omega_n$ は、式(7),(19),(21)から、それぞれ次式で表すことができる。

$$\omega_n = \frac{V}{l} \quad \left( = \sqrt{\frac{C_r}{l}} \right) \quad (32)$$

$$\zeta \omega_n = \frac{C_f + C_r}{2V} \quad (33)$$

これらを式(30),(31)に代入すると、

$$\dot{\beta}_f = -2\zeta \omega_n \beta_f + \omega_n \beta_r + \frac{C_f}{V} \delta \quad (34)$$

$$\dot{\beta}_r = -\omega_n \beta_r \quad (35)$$

となる。式(34), (35)を図5に示す。前述のように、 $\delta \rightarrow \beta_r \rightarrow \dot{\beta}_r$ の順に値が生じる。したがって式(34), (35)においても、2変数の時間差が陽である。

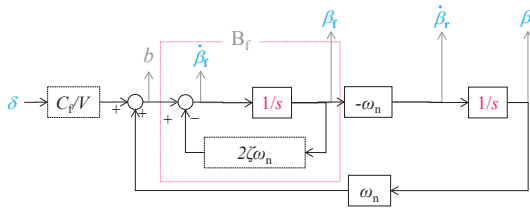


Fig.5 Block diagram of vehicle model described by  $\beta_r, \dot{\beta}_r$

#### 4. 段階分け法

##### 4.1. 車両モデルに含まれる一次遅れ系

図5における枠線  $B_f$ 内および図4における枠線  $R, B_r$ 内は、図6に示される形式である。

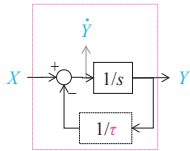


Fig.6 Block diagram of first order lag

図6では、入力が  $X$ 、出力が  $Y$  であり、その伝達関数  $Y/X$  が

$$\frac{Y}{X} = \frac{\tau}{s+1} \quad (36)$$

の形式で表される系である。この形式の伝達関数は一次遅れ系と呼ばれる。式(36)の  $\tau$  は応答の遅さを表す指標であり、時定数と呼ばれる。時定数の単位は[s]である。

式(36)と同形式に、 $B_f$ 部、 $R$ 部、 $B_r$ 部の伝達関数を求めると、それぞれ次のようになる。

$$\frac{\beta_r}{b} = \frac{\left( \frac{1}{2\zeta\omega_n} \right)}{\frac{1}{2\zeta\omega_n}s+1} \quad (37)$$

$$\frac{r}{d} = \frac{\tau_r}{\tau_r s+1} \quad (38)$$

$$\frac{\beta_r}{f} = \frac{T_r}{T_r s+1} \quad (39)$$

ここで、 $1/(2\zeta\omega_n), \tau_r, T_r$  は時定数であり、 $\tau_r$  は次式で表される。

$$\tau_r = \frac{V}{C_f} \quad (40)$$

##### 4.2. 各時定数とヨー共振周期との関係

図4, 5には、 $\beta_r$ から加算点に戻るフィードバックループがある。入力された信号がフィードバックループを一周する時間の目安として、ヨー共振の周期を選ぶと、この周期は  $2\pi/\omega_n=0.702[s]$  である。一方、各時定数は、小さい順に、

$1/(2\zeta\omega_n)=0.077[s], T_r=0.11[s], \tau_r=0.22[s]$ だから、これらは  $2\pi/\omega_n$  よりも小さい。そこで、本論文は、 $\tau_r \ll 2\pi/\omega_n$  と仮定し、操舵直後から  $\beta_r$ が生じるまでの閉ループの応答を開ループで近似する。なお、この近似の目的は、客観的主観評価結果を性能設計に織り込む手段として、応答指標が顕在化する順序を求めることであり、近似精度の高い簡潔な式を求めることではない。

##### 4.3 時定数の意味についての考察

一次遅れ系の時刻歴応答を、制御工学では折れ線近似で表すことがある<sup>9)</sup>。そこで本論文では、時刻歴応答を  $t^0$  の関数と  $t^1$  の関数に分離することによって、時刻歴応答を段階分けする。例えば、図7のように、初期条件が  $X=Y=0$  で、 $t=0$  において  $X=1$  のステップ入力(1/s)が式(36)に入力された場合、時刻歴応答は

$$Y(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\tau}{s+1} \right\} = \tau \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (41)$$

となる。ここで  $L^{-1}$  はラプラス逆変換を表す。この応答も図7に示されている。

次に、この応答を折れ線近似する。

まず  $t=0$  のまわりで直線近似する。 $t=0$  を式(41)に代入すると、 $Y(0)=0$  および  $\dot{Y}(0)=1$  である ( $\dot{Y}(0)$  は  $\dot{Y}(t)$  に  $t=0$  を代入したものである)。したがって、 $t=0$  のまわりの直線近似式は

$$Y \approx \dot{Y}(0)t + Y(0) = t \quad (42)$$

となる。 $t=0$  における応答は過渡応答だから、式(42)を過渡応答の近似式とみなす。

次に定常応答の近似式を求める。式(41)の定常値は、式(41)に  $t=\infty$  を代入することにより、

$$Y(\infty) = \tau \left( 1 - e^{-\frac{\infty}{\tau}} \right) = \tau \quad (43)$$

と求まる。

したがって、式(43)と式(42)が交わるのは、縦軸座標が  $Y=\tau$  のときであり、その時刻は  $t=\tau$  である。よって、式(42)の適用範囲は  $t \leq \tau$  であり、式(43)の適用範囲は  $\tau \leq t$  である。これらの区間も明示すると、式(41)の折れ線近似は次のようになる。

$$Y \approx t \quad (0 \leq t \leq \tau) \quad (44)$$

$$Y \approx \tau \quad (\tau \leq t) \quad (45)$$

これらの式からなる折れ線も図7に示されている。

前述のように式(42)は過渡状態の近似式であり、式(43)は定常状態を表すので、交点の時刻である時定数  $\tau$  を、過渡状態と定常状態との「境界の時刻」の目安として解釈する。

##### 4.4 一次遅れ系の各種応答

前節ではステップ応答時の式(36)の  $Y$  の折れ線応答の折れ線近似式を導出した。同様の導出過程によって、それ以外の応答の折れ線近似式は、次のように得られる。

ステップ入力時の式(36)における  $\dot{Y}$  の応答は、

$$\dot{Y} \approx -\frac{1}{\tau}t + 1 \quad (0 \leq t \leq \tau) \quad (46)$$

$$\dot{Y} \approx 0 \quad (\tau \leq t) \quad (47)$$

となる。

ランプ入力における式(36)の  $Y$  の折れ線応答の折れ線近似式は、

$$Y \approx 0 \quad (0 \leq t \leq \tau) \quad (48)$$

$$Y \approx t - \tau \quad (\tau \leq t) \quad (49)$$

となる。また、ランプ入力における式(36)の  $\dot{Y}$  の折れ線応答の折れ線近似式は、

$$\dot{Y} \approx t \quad (0 \leq t \leq \tau) \quad (50)$$

$$\dot{Y} \approx \tau \quad (\tau \leq t) \quad (51)$$

となる。以上の式と、厳密な応答との比較を図 8～10 に示す。図 7～10 の折れ線近似を、 $B_f$  部や R 部、 $B_r$  部に適用して、操舵過渡応答を段階分けする。

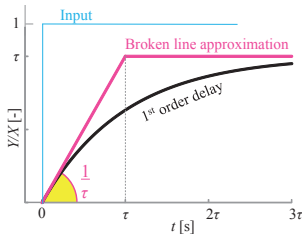


Fig.7 Step response of  $Y$

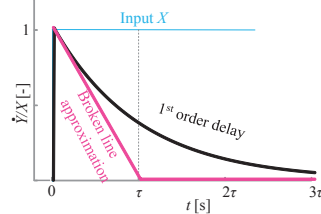


Fig.8 Step response of  $\dot{Y}$

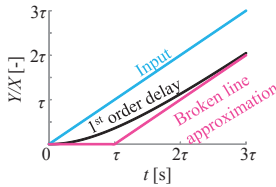


Fig.9 Ramp response of  $Y$

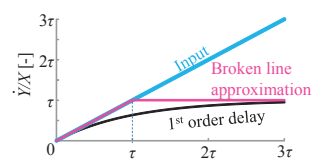


Fig.10 Ramp response of  $\dot{Y}$

## 5. 操舵過渡応答の段階分け

### 5.1. 入力

簡単のため、 $t=0$  における直進からのステップ操舵を仮定する。ステップの定常舵角を  $\delta_0$  と記す。初期条件として、 $V$  以外の ( $\delta$  をふくむ) 全ての物理変数は 0 とする。このときの車両応答を図 11 に示す。この計算条件の  $V$  は、式(28)が成立する  $V$  ( $\approx 80$ [km/h]) とした。この図の縦軸を角度次元にするため、角速度や角加速度の量は、 $\omega_n$  や  $\omega_n^2$  でそれぞれ割ってある。

### 5.2. 応答の概略

開ループ近似かつ折れ線近似すると、ステップ入力時の  $\dot{r}$  や  $\dot{\beta}_f$  の応答は図 8 のような折れ線に、 $r$  や  $\beta_f$  は図 7 のような折れ線になる。さらに図 7 の折れ線の斜線区間を  $B_f$  部の入力と仮定すると、 $\dot{\beta}_f$  は図 10 のような折れ線に、 $\beta_f$  は図 9 のような折れ線になる。

### 5.3. $\beta_f$ の応答

$B_f$  部の応答を、前述の通り開ループとして考察する。 $t=0$  の瞬間、図 5 から  $b=C_f\delta_0/V$  のステップ入力  $B_f$  部に加わる。したがって、 $\dot{\beta}_f$  については、式(46)、(47)の右边をステップの高さである  $b=C_f\delta_0/V$  倍し、さらに  $\tau$  に、 $B_f$  部の時定数  $1/(2\zeta\omega_n)$  を代入することで

$$\dot{\beta}_f \approx -\frac{2\zeta\omega_n C_f \delta_0}{V} t + \frac{C_f \delta_0}{V} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{1}{2\zeta\omega_n}\right) \quad (52)$$

$$\dot{\beta}_f \approx 0 \quad \left(\frac{1}{2\zeta\omega_n} \leq t\right) \quad (53)$$

となる。 $\beta_f$  についても、式(44)、(45)の右边を  $b=C_f\delta_0/V$  倍し、さらに  $\tau$  に  $1/(2\zeta\omega_n)$  を代入することで

$$\beta_f \approx \frac{C_f \delta_0}{V} t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{1}{2\zeta\omega_n}\right) \quad (54)$$

$$\beta_f \approx \frac{C_f \delta_0}{V} \frac{1}{2\zeta\omega_n} \quad \left(\frac{1}{2\zeta\omega_n} \leq t\right) \quad (55)$$

となる。式(52)～(55)による  $\dot{\beta}_f$  と  $\beta_f$  の折れ線近似も図 11 に示されている。

### 5.4. $r$ の応答

R 部は、図 4 から  $d=C_f\delta_0/l$  のステップ入力  $t=0$  において加わる。したがって、 $\dot{r}$  については、式(46)、(47)の右边をステップの高さ  $d=C_f\delta_0/l$  倍し、 $\tau$  に、R 部の時定数  $\tau_R$  を代入することで

$$\dot{r} = -\frac{C_f \delta_0}{l \tau_R} t + \frac{C_f \delta_0}{l} \quad (0 \leq t \leq \tau_R) \quad (56)$$

$$\dot{r} = 0 \quad (\tau_R \leq t) \quad (57)$$

となる。 $r$  についても、式(44)、(45)の両辺を  $d=C_f\delta_0/l$  倍し、さらに  $\tau$  に  $\tau_R$  を代入することで

$$r = \frac{C_f \delta_0}{l} t \quad (0 \leq t \leq \tau_R) \quad (58)$$

$$r = \frac{C_f \delta_0}{l} \tau_R \quad (\tau_R \leq t) \quad (59)$$

となる。式(56)～(59)による  $\dot{r}$  と  $r$  の折れ線近似も図 11 に示されている。

### 5.5. $\beta_r$ の応答

$\beta_r$  は、二通りの計算法がある。

まず、前後輪モデルによる開ループ近似について述べる。このモデルでは、 $\dot{\beta}_r = -(V/l) \beta_f$  であり、 $\beta_f$  は式(54)、(55)で表されるから

$$\dot{\beta}_r = -\frac{V}{l} \beta_f \approx -\frac{C_f \delta_0}{l} t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{1}{2\zeta\omega_n}\right) \quad (60)$$

$$\dot{\beta}_r = -\frac{V}{l} \beta_f \approx -\frac{C_f \delta_0}{l} \frac{1}{2\zeta\omega_n} \quad \left(\frac{1}{2\zeta\omega_n} \leq t\right) \quad (61)$$

となる。

次に、式(60)、(61)を  $t$  について積分して、式(44)、(45)と同

様に,  $t^1$  と  $t^0$  との項だけで近似すると, それぞれ

$$\beta_r \approx \frac{C_f \delta_0}{2l} t^2 \approx 0 \quad \left( 0 \leq t \leq \frac{1}{2\zeta\omega_n} \right) \quad (62)$$

$$\beta_r \approx -\frac{C_f \delta_0}{l} \frac{1}{2\zeta\omega_n} \left( t - \frac{1}{2\zeta\omega_n} \right) \quad \left( \frac{1}{2\zeta\omega_n} \leq t \right) \quad (63)$$

となる. したがって, このモデルでは,  $2F_r$  や  $a_{yr}$  が生じ始める時刻の目安は, ステップ操舵から  $1/(2\zeta\omega_n)$  [s] 後である. 式(60)~(63)による  $\dot{\beta}_r$  と  $\beta_r$  の時刻暦応答の折れ線近似も図 11 に示されている.

次に, ヨー・後輪モデルによる開ループ近似について述べる. このモデルでは, 図 4 に示されるように  $B_r$  部への入力  $f$  である. 簡単のため, 式(58)が成立する時間帯である  $t=0 \sim \tau_R$  だけを扱うことにより  $B_r$  部への入力をランプと見なす. よって,  $B_r$  部への入力  $f$  は, 式(58)に -1 をかけた値で近似的に表される.

したがって,  $B_r$  部のランプ応答は, 式(48)~(51)の右边を  $f = -(C_f \delta_0 / l)t$  倍したうえで,  $\tau$  を  $B_r$  部の時定数  $T_r$  で置き換えることによって得られる. その結果,  $\beta_r$  については

$$\beta_r = 0 \quad (0 \leq t \leq T_r) \quad (64)$$

$$\beta_r = -\frac{C_f \delta_0 T_r}{l} (t - T_r) \quad (T_r \leq t \leq \tau_R) \quad (65)$$

となり,  $\dot{\beta}_r$  については

$$\dot{\beta}_r = -\frac{C_f \delta_0}{l} t \quad (0 \leq t \leq T_r) \quad (66)$$

$$\dot{\beta}_r = -\frac{C_f \delta_0}{l} T_r \quad (T_r \leq t \leq \tau_R) \quad (67)$$

となる.

このモデルの開ループ近似では,  $2F_r$  や  $a_{yr}$  が生じ始める時刻の目安は, ステップ操舵から  $T_r$  [s] 後である. 式(64)~(67)による  $\dot{\beta}_r$  と  $\beta_r$  の折れ線近似も図 11 に示されている.

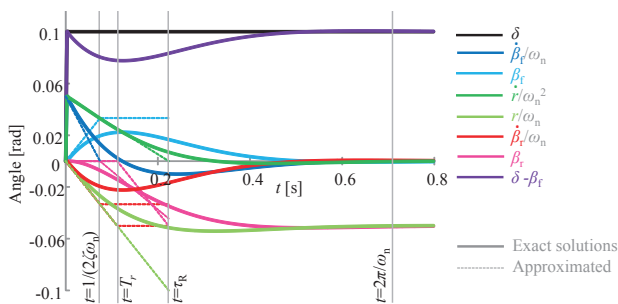


Fig.11 Exact and approximated responses

## 6. 操舵過渡応答各段階の指標

### 6.1. 前輪位置の運動

直進からのステップ操舵では,  $t=0$  のときの  $a_{yf}$  は, 式(52), (58) を式(12)に代入した上で,  $t=0$  とすることによって,

$$a_{yf} = V\dot{\beta}_f = C_f \delta_0 \quad \left( 0 \leq t \leq \frac{1}{2\zeta\omega_n} \right) \quad (68)$$

となる. 式(58)から  $t=0$  では  $r=0$  だから,  $t=0$  の瞬間, 前輪は  $y_f$  軸方向に純粋に並進加速する(前輪の軌跡が放物線を描く). この「前輪の  $y_f$  軸方向の純粋な並進加速現象」の大きさの目安の指標は, 式(68)に含まれる  $C_f$  になる.

一方,  $1/(2\zeta\omega_n) < t$  のとき, 式(53)から  $\dot{\beta}_f \neq 0$  だから,  $y_f$  軸方向の並進運動成分はほぼ 0 になる. このとき式(58)から  $r \neq 0$  だから, 前輪は円旋回する. したがって, これらの境界である「前輪が,  $y_f$  軸方向に並進加速段階から円旋回段階に変わる時刻」の目安の指標は  $1/(2\zeta\omega_n)$  になる.

なお, 式(68)について述べた, 前輪の  $y_f$  軸方向の純粋な並進加速度の大きさの「絶対値」の目安は  $C_f$  が該当するが, 定常円旋回に対する前輪の  $y_f$  軸方向の並進加速度の「比率」は, 式(28)の  $V$  においては設定できない. なぜなら, 式(28)に記される  $V$  の円旋回における横加速度ゲイン  $rV$  は,

$$\frac{rV}{\delta} = C_f \quad (69)$$

のため,  $t=0$  の瞬間の前輪の純粋な  $y_f$  軸方向の並進加速度ゲインは, 定常円旋回の横加速度ゲインと等しいためである. なお, 式(69)は, 式(28)と  $s=0$  を式(18)に代入することによって得られる.

### 6.2. 後輪の運動

直進からのステップ操舵では,  $t < 1/(2\zeta\omega_n)$  のとき, 式(58)の右边と式(60)の右边との和が 0 になるから,  $\dot{\beta}_r + r = 0$  である. また, このとき式(62)から,  $\beta_r = 0$  だから, 式(4)から  $2F_r = 0$  でもある. これらの関係を式(11)に代入すると,

$$m_r a_{yr} = V(\dot{\beta}_r + r) = 2F_r = 0 \quad (70)$$

となる. よって, 直進から操舵すると,  $t < 1/(2\zeta\omega_n)$  のとき後輪は直進し,  $t = 1/(2\zeta\omega_n)$  以後, 旋回する<sup>(4)</sup>. したがって, 「後輪が, 直進段階から旋回段階に変わる境界の時刻」の目安の指標は  $1/(2\zeta\omega_n)$  になる. このように,  $1/(2\zeta\omega_n)$  は, 後輪の旋回に関連した指標でもある.

一方, 式(58)の右边と式(64)の右边の和は,  $t < T_r$  のときだけ  $\dot{\beta}_r + r = 0$  だから,  $T_r$  も「後輪が, 直進段階から旋回段階に変わる境界の時刻」の目安のもう一つの指標になる.

また,  $\dot{\beta}_r + r = 0$ , つまり  $r = -\dot{\beta}_r$  の運動は, 直進する後輪まわりのヨー運動であり<sup>(4)</sup>, 式(39)の分子から, この運動の大きさは  $T_r$  に比例する. したがって,  $T_r$  は「直進する後輪まわりのヨー運動」の大きさの指標でもある.

このように,  $T_r$  は, 後輪の旋回に関連した指標である.

### 6.3. ヨー運動

直進からのステップ操舵では, 式(56)から  $t < \tau_R$  では  $\dot{r}$  は生じますが, 式(57)から  $t < \tau_R$  では  $r \neq 0$  である. したがって,  $\tau_R$  は「ヨー角速度が増加している段階から一定の段階に変わる境界の時刻」の目安の指標になる.

#### 6.4. 過渡応答末期

前節までの議論は、開ループで近似できる、過渡応答の比較的初期段階についてである。それ以降は、閉ループとしての運動によって、定常応答に収束する。収束時刻の大雑把な目安を表す指標としては、閉ループの共振の周期である  $2\pi/\omega_n$  になると思われる。なお、式(28)の車速におけるヨー共振モードは、前輪位置の速度ベクトルの延長線上に後輪が向かう運動であり、振り子のモードとの類似性が指摘されている<sup>(4)</sup>。

#### 6.5. 指標のまとめ

以上から、操舵過渡応答の各現象が顕在化する段階 (Phase) の概念図を図 12 に示す。各段階とその指標は次のように整理できると思われる。

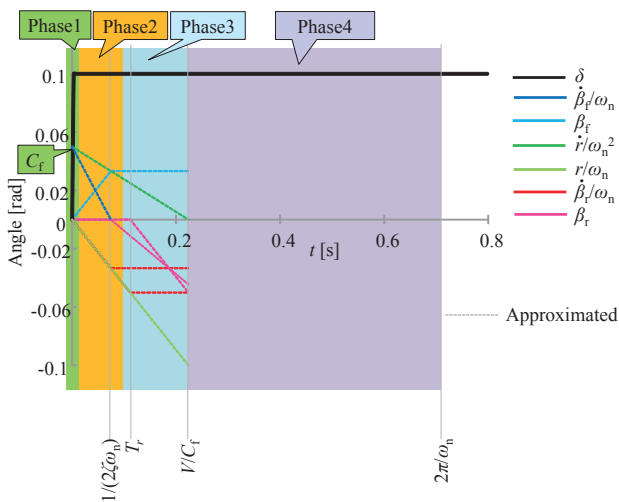


Fig. 12 Each phase of the steering transient response

第 1 段階 (Phase 1) は、 $t=0$ [s]ふきの時間帯であり、前輪が  $y_f$  軸方向に並進加速する現象が現れる段階である。 $t=0$ [s]では、 $C_f$ が、「前輪の純粋な  $y_f$  軸方向の並進加速」の大きさの目安の指標になる。

第 2 段階 (Phase 2) は、 $0 < t \leq 1/(2\zeta\omega_n)$  または  $0 < t \leq T_r$  の時間帯であり、前輪の  $y_f$  軸方向の並進加速成分が減り、円旋回成分が増えるとともに、後輪がほぼ直進する段階である。「前輪の  $y_f$  軸方向の並進加速段階から円旋回段階に変わる境界の時刻」の目安や「後輪の直進段階が終了する」時刻の目安が、 $1/(2\zeta\omega_n)$  や  $T_r$  である。 $T_r$  は「直進する後輪まわりのヨー運動」の大きさの目安の指標でもある。 $1/(2\zeta\omega_n)$  や  $T_r$  が小さいほど、肯定的な感覚が得られると思われる。

第 3 段階 (Phase 3) は、 $1/(2\zeta\omega_n) < t \leq \tau_R$  または  $T_r < t \leq \tau_R$  の時間帯であり、後輪も旋回するとともに、ヨー角加速度が生じている段階である。ヨー角加速度が 0 になる時刻の目安の指標は  $\tau_R$  である。 $\tau_R$  が小さいほど、肯定的な感覚が得られると思われる。

第 4 段階 (Phase 4) は、 $\tau_R < t \leq 2\pi/\omega_n$  の時間帯であり、定常円旋回に収束する段階である。「定常応答に収束する」の時

刻の目安を表す指標には、 $2\pi/\omega_n (=2\pi(l/C_f)^{1/2})$  が相当すると思われる。 $2\pi/\omega_n$  が小さいほど、肯定的な感覚が得られると思われる。

以上の 5 指標が操舵過渡応答の各現象に対応すると思われる。ただし、 $l$  を含めても、設計自由度は  $C_f$  と  $C_r$ 、 $l$  の 3 つしかないので、5 指標を任意に設定することはできない。

#### 7. $C_f$ が過渡応答各段階に及ぼす影響

ここでは、 $C_f$  を変更したときの操舵応答の変化を数値計算によって確認する ( $C_f$  を変更すると、式(28)の制約を満たすように  $V$  も変更する必要がある、 $V$  が異なると車両応答の直接比較が困難なので、ここでは  $C_f$  だけを変更する)。基準である  $C_f=100[\text{m/s}^2]$  を、 $150[\text{m/s}^2]$  に増加させた場合の応答の比較を図 13 に示す ( $C_f=150[\text{m/s}^2]$  は実際にはありえないほど大きい値であると思われるが、計算結果の見やすさを優先した)。 $C_f$  を増加させたときに減少する時定数は、 $1/(2\zeta\omega_n)$  と  $\tau_R$  である。図 13 の  $t=0$  における  $\beta_f/\omega_n$  の接線が時間軸と交わる時刻が  $t=1/(2\zeta\omega_n)$  である。この時刻は、 $C_f$  が増加すると、 $t=0$  により近づくことから、 $C_f$  増加による  $1/(2\zeta\omega_n)$  の減少が確認できる。これと同様に、 $t=0$  における  $r/\omega_n^2$  の接線に注目することで、 $C_f$  増加による  $\tau_R$  の減少も確認できる。したがって、過渡応答の一部の段階の応答指標である  $1/(2\zeta\omega_n)$  や  $\tau_R$  は、 $C_f$  の増加によって、低減することができる (ただし、 $C_f$  を増加させても、変化しない過渡応答の現象もある)。

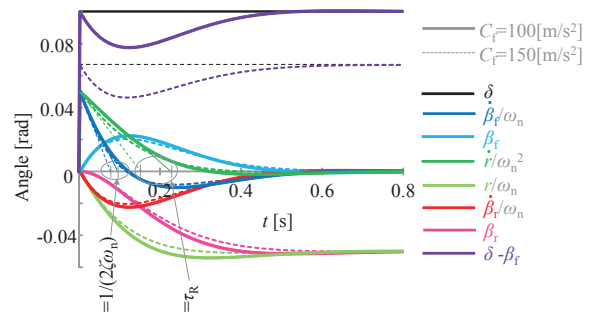


Fig. 13 Improvement of transient response by  $C_f$  increase

なお、 $C_f$  増加の際の主な背反性能は、旋回中の減速・制動時安定性であると思われる。なぜなら、次式で定義されるポジションコントロールのスタビリティファクタ  $A$

$$A = \frac{1}{l} \left( \frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (71)$$

が小さいほど、減速・制動による旋回半径の変化が大きくなる<sup>(5)</sup>、つまり安定性を損なうと指摘されるからである。一方、式(71)から  $C_f$  を大きくすると、 $A$  は小さくなる。したがって、 $A$  の成立範囲の中で、過渡応答の一部現象をより重視するなら  $C_f$  をより大きい側に、減速・制動時安定性をより重視するなら  $C_f$  をより小さい側に設定することが設計指針になると思われる。

## 8. 操舵過渡応答の各段階についての客観的主観評価

「(操舵した後)フロント(前輪)が曲がり始めると、リヤ(後輪)まで曲がり始める<sup>(2)</sup>」との表現が示唆する、前輪と後輪の旋回の時間差は、第2段階の現象と整合する(なお、この現象を指す用語は特に多く、「リヤグリップ感<sup>(6)</sup>」や「リヤの剛性感」「リヤの接地感」など様々であると思われる)。また、ヨー共振モード自体をドライバが直接知覚する可能性も指摘されている<sup>(3)</sup>。これは第4段階の知覚に相当する。

さらに、著者は、「フロントが曲がり始め<sup>(2)</sup>」「フロントの(旋回内側への)入り」「回頭」等の表現とその説明を聞いたことがある。これは、後輪が直進中の前輪の旋回を指すものと思われるので、第1~2段階の現象と対応すると思われる。また、著者は、複数のテストドライバから「リヤの追従性」という用語を聞いたことがある。彼らの説明では、リヤの追従性が良い車両とは、「ヨーの加速が止まるタイミングが早い」ということであった。ドライバの説明どおりならば、「リヤの追従性」は第3段階と整合する。

以上のことから、第1~5の各段階についての客観的主観評価は可能であると思われる。したがって、各段階の客観的主観評価と、各段階の指標とを対比させることによって、操舵過渡応答の性能開発にドライバの感覚をより反映させることが可能であると思われる。

なお、「フロントが曲がり始め<sup>(2)</sup>」の感覚を強めるには  $C_f$  をより大きく、「リヤグリップ感」を強めるには、 $1/(2\zeta\omega_n)$  や  $T_r$  をより小さく、「リヤの追従性」の感覚を強めるには  $\tau_R$  をより小さく、「おさまり」の感覚を強めるには  $2\pi/\omega_n$  をより小さくすることが有効であると思われる。これらを同時に満たすのは、 $C_f$  も  $C_r$  も共により大きくする側の設定である。

## 9. おわりに

本論文は、車速を「前輪位置定常横すべり角 0 車速」のステップ操舵応答に限定して考察した。この場合の結論として、操舵過渡応答は4段階に分けられ、それらに対応する応答指標の顕在化の順序は、 $C_f \rightarrow \{1/(2\zeta\omega_n), T_r\} \rightarrow V/C_f \rightarrow 2\pi/\omega_n$  の順であることを指摘した。これらの指標と「客観的主観評価」とを対応させることにより、テストドライバの感覚をより操縦安定性の性能開発に活かすことができるものと思われる。

本論文が、ドライバの主観評価に基づいた、より気持ちよい操舵過渡応答の開発に少しでも貢献できれば幸いである。

最後に、暗黙知を対象とした研究は、その背景と目的を特に強調すべきとの助言を下された東京農工大の菅沢深先生に謝意を表す。

## 記号

- $C_f(C_r)$ : 前輪(後輪)重力加速度が乗じられたコーナリング係数( $C_f=100, C_r=200[(m/s^2)/rad]$ )  
 $2F_f(2F_r)$ : 前輪(後輪)のコーナリングフォース  
 $I_z$ : ヨー慣性モーメント  
 $2K_f(2K_r)$ : 前輪(後輪)等価コーナリングバワ  
 $k_N$ : ヨー慣性半径係数 ( $k_N=1$ )  
 $l$ : ホイールベース ( $l=l_f+l_r=2.5[m]$ )  
 $l_f$ : 前輪~重心間距離(本検討結果は、任意の  $l_f$  について成立する)  
 $l_r$ : 重心~後輪間距離  
 $m$ : 車両質量  
 $r$ : ヨー角速度  
 $s$ : ラプラス演算子  
 $T_r$ : ヨー進み時定数[s] ( $T_r=0.112[s]$ )  
 $V$ : 車速 ( $V=22.4[m/s] \approx 80[kn/h]$ )  
添字  $_f, _r$ :  $_f$ 前輪(前輪位置),  $_r$ 後輪(後輪位置)  
 $\beta$ : 重心位置車体横すべり角  
 $\beta_f$ : 前輪位置車体横すべり角  
 $\beta_r$ : 後輪位置車体横すべり角  
 $\omega_n$ : ヨー固有振動数( $\omega_n=9.84[rad/s]=1.42[Hz]$ )  
 $\zeta$ : ヨー減衰比(無次元) ( $\zeta=0.750$ )

## 参考文献

- (1) 佐野彰一: 操安性の評価, 自動車技術, Vol.34, No.3, p.211-219 (1980)
- (2) GAZOO, トヨタ・Vitz RS G's 試乗インプレッション 走行編, <https://youtu.be/iuSLxmvIU7E?t=110>, (参照 2018-10-23)
- (3) 酒井英樹: ヨー共振モードについての基礎的研究(簡潔モデルの共振現象から解釈するヨー共振現象とドライバの評価用語との関係), 日本機械学会論文集, Vol.84, No.866, p.18-00014 (2018).
- (4) 酒井英樹: 自動車の平面運動におけるヨー角速度進み時定数についての力学的考察, 日本機械学会論文集, Vol.79, No.801, p.1681-1693(2013).
- (5) 酒井英樹: 自動車運動力学~気持ちよいハンドリングのしくみと設計~, 森北出版, 205.p(2015)
- (6) 安部正人: 自動車の運動と制御, 東京電機大学出版局, p.89-93 (2008)
- (7) 北浜謙一, 酒井英樹: 正規化したコーナリングパワーを用いた自動車の操舵応答性能の同定法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.65, No.633, p.1960-1965(1999).
- (8) 酒井英樹: フォースコントロール下の固有振動数についての一考察, 日本機械学会論文集, Vol.81, No.824, p.14-00663(2015).
- (9) 杉江俊治, 藤田政之: フィードバック制御入門, コロナ社, p.43-44 (1999)